

STICHTING
MATHEMATISCH CENTRUM
2e BOERHAAVESTRAAT 49
AMSTERDAM

ZW 1951 - 018

Over de eigenwaarden van een matrix



Rapport 2.W. 1951-018

Over de eigenwaarden van een matrix.

Zij G een niet singuliere doch overigens willekeurige quadratische matrix. Gevraagd wordt te onderzoeken of de matrix $B \times B \times B^{-1}$, waarin $B = GG^{-1}$ en waarin het $\times$ -teken directe producten aangeeft, een eigenwaarde -1 heeft.

Men weet, dat de eigenwaarden van een matrix $P \times Q$ van de gedaante pq zijn, waarin p een willekeurige eigenwaarde van P en q een willekeurige eigenwaarde van Q voorstelt.

De eigenwaarden van P^{-1} zijn voorts allen van de gedaante p^{-1} en die van P^t zijn gelijk aan die van P .

Uit deze eigenschappen volgt dat de eigenwaarden van $G \times B \times B^{-1}$ van de gedaante $c = \frac{b_i b_j}{b_k}$ zijn, waarin de getallen b_1, b_j, b_k willekeurige eigenwaarden van B zijn. Het getal c kan dus bv. -1 zijn, als $b_1 = b_k$ genomen wordt en een der $b_j = -1$ is. Het is inderdaad mogelijk dat een matrix $B = GG^{-1}$ een eigenwaarde -1 heeft, zodat de matrix G inderdaad een eigenwaarde -1 kan bezitten. Stel nl. bv.

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 16 \end{vmatrix}, \quad \text{dan is} \quad B = \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 32 & -9 \end{vmatrix} \quad \text{en}$$

$$|B - \lambda I| = (\lambda + 1)^2, \quad \text{zodat } B \text{ een eigenwaarde } -1 \text{ bezit.}$$